

Die richtige Klassengrösse im Mathematikunterricht

Eine Stellungnahme der Gruppe für Mathematik und Naturwissenschaften

«Die Qualität und Aktualität der Grundausbildung, der Weiterbildung, der Lehr- und Lernkultur prägen die Attraktivität unseres Angebotes.» (Aus dem Leitbild der HSR).

Allgemeine Betrachtungen

In Zeiten knapper Mittel wächst der Spardruck auf alle Bereiche der Schule. Dass dabei das Augenmerk besonders auf Fächer mit traditionell kleineren Klassen fällt, ist auf den ersten Blick verständlich. Mit rhetorisch gemeinten Fragen wie «Warum soll an der HSR nicht möglich sein, was an der ETH längst gang und gäbe ist?» oder provokativen Rufen wie «Es ist nicht einzusehen, dass man Mathematik nicht vor 100 Studierenden vortragen kann, wenn es doch in anderen Fächern auch geht!», versucht man, die generelle und schadlose Realisierbarkeit des Vorlesungsbetriebes in allen Fächern zu «beweisen». Wer aber gewohnt ist, Schlagzeilen kritisch zu hinterfragen, stellt schnell fest, dass die obige Frage gar nicht so rhetorisch ist und der Ausruf höchstens etwas über die Einsichtsfähigkeit des Ausrufers aussagt.

Welche Gegebenheiten sind denn für die Wahl der «richtigen» Klassengrösse relevant?

1. Vorkenntnisse und Erfahrung

Die Selbständigkeit im Studium wächst mit jedem zurückgelegten Semester. Der Betreuungsfaktor wird daher vernünftigerweise in den unteren Semester gross zu wählen sein, darf aber im Laufe des Studiums abnehmen.

Bei den Studienanfängern muss auf die von der Berufsmatura mitgebrachten Vorkenntnisse und Fähigkeiten abgestellt werden; diese wiederum sind, je nach Fach, unterschiedlich.

2. Basiswissen versus Fertigkeiten

In jedem Fach müssen *Basiswissen* und *Fertigkeiten* vermittelt werden. Das Verhältnis dieser beiden Ausbildungskomponenten ist sehr fachspezifisch. Während der Lernerfolg beim Basiswissen nicht allzu empfindlich von der Klassengrösse abhängt, lehrt uns unsere eigene Erfahrung, dass Fertigkeiten nur in Klein- bis Kleinstgruppen, im Extremfall bis hinab zu Einzelunterricht, effektiv vermittelt werden können: Während etwa ein Universitätsprofessor «Römisches Recht», wo hauptsächlich (aber nicht nur) Basiswissen vermittelt werden muss, problemlos im Auditorium maximum lesen kann, wäre wohl der Autofahrlehrer oder der Klavierlehrer, die hauptsächlich (aber nicht nur) Fertigkeiten vermitteln müssen, dort absolut fehl am Platz.

Basiswissen muss (auswendig) *gelernt* werden, Fertigkeit hingegen erwirbt man nur durch *Einüben*. Üben ohne eine gewisse Kontrolle durch die Lehrkraft ist aber gefährlich, weil im schlechten Fall das Falsche eingeprägt wird.

Fazit: Je tiefer in einem Lehrfach die Vorkenntnisse der Studierenden sind und je höher der Anteil an zu vermittelnden Fertigkeiten ist, desto intensiver muss die Betreuung sein.

Die Situation in den mathematischen Fächern an der Fachhochschule

1. Vorkenntnisse und Erfahrung

Wenn etwa die ETH bereits den Studienanfängern die Mathematik in Grossvorlesungen vermittelt, so baut sie auf einer jahrelangen Grundlagenarbeit in diesem Fach an den Gymnasien auf. Dass sie dabei Durchfallquoten in Kauf nimmt, die an unserer Schule mit Sicherheit politische Interventionen provozieren würden, sei nur nebenbei erwähnt.

An den technischen Abteilungen der Fachhochschulen ist die Situation diesbezüglich wesentlich verschieden: Während zu Zeiten der alten HTL unter anderen in den Fächern Algebra und Geometrie entweder eine Aufnahmeprüfung abzulegen war oder aus der alten BMS in diesen Fächern mindestens die Note 4,5 mitgebracht werden musste, hat heute jede Inhaberin und jeder Inhaber des Berufmaturazeugnisses technischer Richtung automatisch die Zulassung zum Studium an technischen Abteilungen einer FHS in der Tasche. Da eine genügende bis gute Note in Mathematik einen beträchtlichen Aufwand kostet, verlegen sich viele Lehrlinge darauf, den geforderten Durchschnitt mit anderen Fächern zu erreichen. Das hat schon dazu geführt, dass an einzelnen Schulen bis zu zwei Dritteln aller *erfolgreichen* Berufsmaturandinnen und -maturanden ungenügende Mathematiknoten vorzuweisen hatten. Das ist nicht prinzipiell nur schlecht, zielt doch die Berufsmatura in erster Linie auf eine breitere Allgemeinbildung, was für das Studium an einer Fachhochschule nicht gering zu werten ist, doch ändert es nichts an der Tatsache, dass die notwendigen mathematischen Vorkenntnisse, Rahmenlehrplan hin oder her, bei vielen Studienanfängern schlicht und einfach fehlen. Erschwerend kommt ferner hinzu, dass die Liste der für technische Abteilungen zugelassenen Berufe sehr umfangreich und heterogen ist und

auch solche Berufe umfasst, bei denen während der Ausbildung nur wenig Mathematik vermittelt wird (z.B. Kaufleute an der Abteilung für Informatik).

Wir stellen auch immer wieder fest, dass selbst Kollegen, welche technische Fächer unterrichten, unrealistische Vorstellungen über die mitgebrachten Mathematikkenntnisse der Studienanfänger haben. Man muss sich bewusst sein, dass viele Erstsemestrige noch erstaunt fragen, ja ob den $\frac{1}{a+b}$ nicht dasselbe sei wie $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

2. Basiswissen versus Fertigkeit

Beim Studium in mathematischen Fächern überwiegt der Anteil an zu erwerbenden Fertigkeiten gegenüber dem Basiswissen stark. Diesbezüglich ist das Fach näher beim Klavierspiel als beim römischen Recht. Nehmen wir als Beispiel die Differentialrechnung: Neben einer Handvoll Grundfunktionen, deren Ableitungen man auswendig lernen muss (wie z.B. $\sin'(x) = \cos(x)$ etc.) braucht man bloss fünf Regeln für die Ableitung von zusammengesetzten Funktionen: die sehr einfachen Regeln für Summen und Differenzen sowie die etwas komplizierteren Produkt-, Quotienten- und Kettenregeln. Letztere sind schnell «behandelt» (wenn's eilt, schafft man es in einer Doppellektion). Bis die Studierenden aber zusammengesetzte Terme sicher ableiten können, sind Wochen geduldigen Übens erforderlich. Die Liste der Beispiele liesse sich beliebig erweitern.

3. Spezielle Bedeutung der Denkprozesse

In kaum einem anderen Fach sind die Anforderungen bezüglich Abstraktions- und Analysefähigkeit ähnlich hoch wie in den mathematischen Fächern. Diese Fähigkeiten bringen die Studienanfänger jedoch nicht mit. Sie können nur in intensiver Interaktion zwischen Lehrendem und Lernenden geschult werden.

Fazit

Im Mathematikunterricht des ersten Studienjahres sind die Vorkenntnisse gering und der Übungsbedarf gross. Dies betrifft vor allen die grundlegenden Fächer Analysis, Vektorrechnung und teilweise die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, weshalb in diesem Moduln der Anteil an Übungszeit verglichen mit der für die Wissensvermittlung benötigte Zeit hoch sein soll.

An unserer Schule (und auch an den meisten vergleichbaren Schulen) hat es sich bewährt, etwa 2/3 bis 3/4 der verfügbaren Zeit im Klassenverband (früher typischerweise ca. 25 Studierende) und die restliche Zeit in Übungsgruppen (früher 3, später unter Spardruck 2 pro Klasse) zu unterrichten. Bei dieser Aufteilung ist es aus oben erwähnten Gründen unerlässlich, auch im Klassenverband Übungsaufgaben zu stellen. Die vergleichsweise kleinen Klassen erlauben zudem intensive Interaktion. Der dadurch mögliche Wechsel zwischen verschiedenen Unterrichtsformen entspricht zeitgemässen didaktischen Forderungen. Die bessere didaktische Betreuung (verglichen mit der ETH) erlaubte uns bisher, auch Studierende mit geringen Vorkenntnissen zum Ingenieurdiplom zu führen, ein Verkaufsargument, das wir nicht leichtfertig auf Spiel setzen sollten.

Bei den derzeitigen Klassengrössen von bis gegen 40 Studierenden ist jedoch die Grenze überschritten, denn die kontinuierliche Erfolgskontrolle fast unmöglich geworden. Eine weitere Erhöhung der Klassen- und Gruppengrösse würde die Tragfähigkeit dieser Konstruktion überfordern.

Das heisst natürlich nicht, dass nicht andere Unterrichtskonzepte denkbar wären, wie etwa eine konsequente Trennung der Wissensvermittlung und des Übungsbetriebes, wie sie sich in anderen Fächern etabliert und dort wohl auch bewährt hat. Wir sind aber der Meinung, dass diese Organisationsform im Falle der Mathematik in didaktischer Hinsicht unterlegen ist und sich nur durch einen massiven Spareffekt rechtfertigen liesse.

Letzterer ist jedoch nicht der Fall, wie die folgende Rechnung im Beispiel der Infinitesimalrechnung 1 zeigt:

- Bei der derzeitigen Organisation besuchen die Studierenden 6 Wochenlektionen in Klassen von 36 Teilnehmern und 2 Wochenlektionen in Gruppen von 18. Dafür werden für 108 Studierende $3 \cdot 6 + 6 \cdot 2 = 30$ Dozentenlektionen pro Woche benötigt.
- Organisiert man jedoch den Unterricht so, dass 4 Wochenlektionen in Grossvorlesungen mit 108 und die übrigen 4 Wochenlektionen wieder in Gruppen mit 18 Studierenden erteilt werden, so resultieren für dieselben 108 Studierenden $(1 + 78/60) \cdot 4 + 6 \cdot 4 = 33.2$ Dozentenlektionen (der erste Faktor rührt daher, dass gemäss PVO §20 und derzeitiger Praxis Unterrichtsveranstaltungen mit mehr als 30 Teilnehmern den Dozierenden mit höherem Gewicht angerechnet werden).

Es wäre also beim zweiten Modell sogar mit Mehrkosten zu rechnen! Es gibt somit keinen vernünftigen Grund, das didaktisch unterlegene Modell vorzuziehen.

Rapperswil, den 11. Juni 2003

Gruppe für Mathematik und Naturwissenschaften