

Minimalliste der GMFH zu Händen der Arbeitsgruppe Mathematik

Verabschiedung: 29. Januar 2011 in der erweiterten Delegiertenratssitzung in Brugg-Windisch

1. Allgemeines

Die Gesellschaft für Mathematik an Schweizer Fachhochschulen stellt auf Wunsch der Arbeitsgruppe Mathematik der BM RLP Revision 2011 eine Liste fachlicher Kompetenzen zusammen.

Es handelt sich um eine Liste minimaler Eintrittskompetenzen im Fach Mathematik in das technische und naturwissenschaftliche Fachhochschulstudium.

Die beschriebenen Eintrittskompetenzen gelten als unabdingbar und müssen dementsprechend bei Studienbeginn ohne Abstriche vorausgesetzt werden können: Kenntnisse sind gefestigt; Verfahren werden trittsicher angewendet; Standardaufgaben werden zeitlich effizient gelöst.

Die Gesellschaft für Mathematik an Fachhochschulen behält sich vor, die Liste neuen oder veränderten Gegebenheiten anzupassen.

2. Grundsätze

Die Schnittstelle zwischen Sekundarschule und Berufsmaturitätsschule wird in dieser Liste nicht spezifisch beleuchtet. Allerdings muss bei Studienbeginn an der Fachhochschule vorausgesetzt werden können, dass die Studierenden ohne Einschränkungen

1. ohne elektronische Hilfsmittel (nachfolgend o.H.) numerisch und symbolisch Bruchrechnen können.
2. o.H. Terme elementaralgebraisch umformen können.
3. über Standardkenntnisse zur mathematischen Notation verfügen.
4. über planimetrische und stereometrische Grundkenntnisse aktiv verfügen (für Präzisierungen siehe Anhang).

3. Interdisziplinäres Arbeiten

Es wird vorgeschlagen, die 10% der Interdisziplinären Arbeiten zu widmenden Lektionen en Block einer noch näher zu definierenden Einführung in die Datenanalyse zu widmen. Zur Begründung wird auf die entsprechenden vielen natürlichen aussermathematischen Anknüpfungspunkte verwiesen.

Die folgende Liste fachlicher Kompetenzen basiert deswegen auf der Annahme, dass 180 Lektionen im Grundlagenteil und 180 Lektionen im Schwerpunktteil zur Verfügung stehen.

4. Lerngebiete und fachliche Kompetenzen (ohne Lektionenzahl)

Unabdingbare Kompetenzen sind **Rot** eingefärbt („need to have“)

Wünschenswerte Kompetenzen sind **Grün** eingefärbt und Kursiv geschrieben („nice to have“)

Am Ende des BM-Unterrichts verfügen die Lernenden über folgendes **minimales** fachliches Wissen und Können in Mathematik:

Lerngebiete	Fachliche Kompetenzen
1. Reelle Funktionen	Die Lernenden können
1.1. Reelle Zahlen	<p>Reelle Zahlen den Mengen \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R} zuordnen ($\pi \notin \mathbb{Q}$, $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, etc.).</p> <p>Reelle Zahlen geeignet darstellen ($1/3 = 0.333\dots$, $\sqrt{2} = 1.414\dots$, etc.).</p> <p>Reelle Intervalle benutzen ($[0,1[$, $[0,1]$, $]0,1[\cup [2,\infty[$, etc.).</p>
1.2. Reelle Funktionen	<p>Reelle Funktionen als Zuordnung / Abbildung zwischen dem reellen Definitionsbereich D und dem reellen Wertebereich W erklären.</p> <p>Reelle Funktionen in folgenden Darstellungsformen lesen und schreiben:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Verbal. 2. Tabellarisch. 3. Graphisch in kartesischen Koordinaten. 4. (Stückweise) analytisch mit beliebigen Symbolen für Argumente und Werte. <p>Reelle Funktionen ($D \rightarrow W$) in folgenden Notationen lesen und schreiben:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Zuordnungsvorschrift $x \mapsto f(x)$ 2. Funktionsgleichung $y = f(x)$ 3. Funktionsterm $f(x)$ <p>Reelle Funktionen addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren.</p>
2. Reelle Gleichungen	Die Lernenden können
2.1 Reelle Gleichungen	<p>Identitäten und Bestimmungsgleichungen unterscheiden.</p> <p>Gleichungen in beliebiger Notation o. H. äquivalent umformen.</p> <p>Eine gegebene Lösung oder Lösungsmenge mit dem Taschenrechner verifizieren.</p>
2.2 Gleichungssysteme	<p>Ein lineares Gleichungssystem in maximal drei Variablen in beliebiger Notation durch das Eliminationsverfahren o. H. lösen.</p> <p>Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems in zwei Variablen graphisch veranschaulichen.</p> <p><i>Ausgewählte quadratische Gleichungssysteme durch die Einsetzmethode o. H. lösen und graphisch veranschaulichen.</i></p>

3. Elementare Funktionen	Die Lernenden können
3.1 Lineare Funktionen	<p>Den Bezug zwischen Proportionalität und linearer Funktion erstellen.</p> <p>Die Koeffizienten der Funktionsgleichung geometrisch interpretieren (Steigung, Achsenabschnitt).</p> <p>Eine lineare Funktion o. H. graphisch darstellen.</p> <p>Aus der graphischen Darstellung einer linearen Funktion die Funktionsgleichung bestimmen.</p> <p>Eine lineare Funktion algebraisch und graphisch invertieren,</p> <p>Bestimmungsaufgaben zu linearen Funktionen auf lineare Gleichungen (lineare Gleichungssysteme) zurückführen.</p>
3.2 Lineare Gleichungen und Ungleichungen	<p>Lineare Gleichungen und Ungleichungen graphisch visualisieren.</p> <p>Lineare Gleichungen und Ungleichungen o. H. algebraisch lösen.</p> <p>Elementare Betragsgleichungen o. H. lösen.</p>
3.3 Geradengeometrie	<p>Die verschiedenen Darstellungsformen der Geraden unterscheiden.</p> <p>Geraden graphisch darstellen und aus ihrer graphischen Darstellung eine Gleichung der Geraden bestimmen.</p> <p>Aus allen möglichen Sätzen an Bestimmungsstücken (Punkte, Steigung, etc.) die Gleichung einer Geraden bestimmen.</p> <p>Schnitt- und Lageprobleme zwischen Geraden lösen.</p>
3.4 Quadratische Funktionen	<p>Eine quadratische Funktion o. H. graphisch darstellen.</p> <p>Aus der graphischen Darstellung einer quadratischen Funktion die Funktionsgleichung bestimmen.</p> <p>Den Scheitelpunkt der Graphik einer quadratischen Funktion durch quadratisches Ergänzen und o. H. bestimmen.</p> <p>Bestimmungsaufgaben zu quadratischen Funktionen (Nullstellen, etc.) auf quadratische Gleichungen (lineare Gleichungssysteme) zurückführen.</p>
3.5 Quadratische Gleichungen und Ungleichungen	<p>Quadratische Gleichungen und Ungleichungen graphisch visualisieren.</p> <p>Quadratische Gleichungen o. H. algebraisch lösen.</p> <p>Eine Vorzeichenanalyse für eine quadratische Funktion durchführen.</p>

<p>3.6 Polynome</p>	<p>Polynome in jeder Notation lesen und schreiben.</p> <p>Termumformungsregeln o. H. auf Polynome anwenden.</p> <p>Zwei Polynome o. H. addieren, subtrahieren, multiplizieren.</p> <p>Den Zusammenhang zwischen Linearfaktoren und Nullstellen eines Polynoms herleiten und bei zugänglicher Bestimmung aller Nullstellen aus dessen Standarddarstellung o. H. die Faktordarstellung bestimmen.</p> <p>O. H. aus der Faktordarstellung eines Polynoms dessen Standarddarstellung bestimmen.</p> <p><i>Zwei Polynome mit Rest dividieren. (ev. nur durch Linearfaktoren; ev. in Anknüpfung an die Division in \mathbb{N}).</i></p> <p><i>Mit Hilfe der Faktordarstellung eines Polynoms eine Vorzeichenanalyse für dessen Werte durchführen.</i></p>
<p>3.7 Potenzen und Wurzeln</p>	<p>Alle Potenz- und Wurzel Darstellungen lesen und schreiben.</p> <p>Alle Wurzel- und Potenzgesetze o. H. sicher anwenden.</p> <p>Die Wurzelfunktionen als Umkehrfunktionen der Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten interpretieren und graphisch visualisieren.</p> <p>Den Bezug zwischen inverser Proportionalität und der Funktion $f(x) = 1/x$ erstellen und graphisch visualisieren.</p> <p>Elementare Wurzel- und Potenzgleichungen o. H. lösen.</p> <p><i>Zwischen Potenz- und Exponentialfunktionen unterscheiden.</i></p> <p><i>Allgemeine Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten visualisieren.</i></p>
<p>3.8 Exponentialfunktion</p>	<p>Einen Bezug zwischen Problemstellungen aus ihrer beruflichen Praxis und exponentiellen Funktionen herstellen.</p> <p>Die Potenzgesetze zur Umformung der Gleichungen exponentieller Funktionen o. H. anwenden.</p> <p>Exponentielle Funktionen o. H. graphisch visualisieren.</p> <p>Wachstums-, Sättigungsfunktionen, etc. graphisch visualisieren.</p>
<p>3.9 Logarithmen</p>	<p>Den Logarithmus als Exponenten interpretieren und elementare Logarithmen o. H. bestimmen ($\log_5(125)$, etc.)</p> <p>Alle Logarithmengesetze o. H. anwenden.</p> <p>Die Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion interpretieren und graphisch visualisieren.</p> <p>Elementare Exponential- und Logarithmgleichungen o. H. lösen.</p> <p><i>Basiswechsel für Logarithmen durchführen.</i></p> <p><i>Allgemeine Exponential- und Logarithmgleichungen mit Hilfsmittel lösen.</i></p> <p><i>Logarithmische Skalen lesen und als Hilfsmittel verwenden.</i></p>

4. Trigonometrie	Die Lernenden können
4.1 Trigonometrische Funktionen	<p>Grad und Radianten gleichwertig als Winkelmasse einsetzen.</p> <p>Die Werte der Sinus-, Kosinus- und Tangensfunktion für beliebige Winkel am Einheitskreis näherungsweise ablesen.</p> <p>Die Werte der Sinus- Kosinus- und Tangensfunktion für ausgewählte Winkel am Einheitskreis exakt bestimmen ($\sin(60^\circ)$, etc.).</p> <p>Mit Hilfe des Einheitskreises die Sinus-, Kosinus- und Tangensfunktion graphisch visualisieren.</p> <p>Elementare trigonometrische Funktions- und Winkelbeziehungen mit Hilfe des Einheitskreises bestimmen (trigonometrischer Pythagoras, $\sin(\pi-\varphi) = \cos(\varphi)$, Periodizität, etc.)</p> <p>Kartesische und polare Koordinatendarstellungen lesen und schreiben, sowie die entsprechenden Koordinatentransformationen durchführen.</p> <p><i>Additionstheoreme o. H. anwenden können.</i></p> <p><i>Die Funktion $A \sin(b t + c) = C \cos(b t) + S \sin(b t)$ graphisch visualisieren.</i></p>
4.2 Trigonometrische Berechnungen	<p>Beliebige Berechnungen im rechtwinkligen Dreieck mit Hilfe der trigonometrischen Funktionen durchführen.</p> <p>Beliebige Dreiecksberechnungen mit Hilfe des Sinussatzes und des Kosinussatzes durchführen.</p> <p>Elementare Anwendungen der Trigonometrie in der Geometrie durchführen (Geradensteigung, Projektion, Vierecksberechnung, etc.)</p>
4.3 Arkusfunktionen	<p>Die Arkusfunktionen als Umkehrfunktionen der (eingeschränkten) trigonometrischen Funktionen interpretieren und graphisch visualisieren.</p> <p>Elementare trigonometrische Gleichungen (falls möglich) am Einheitskreis visualisieren und mit Hilfe der Arkusfunktionen lösen.</p>
5. Vektorgeometrie	Die Lernenden können
5.1 Koordinatenfreie Vektorgeometrie	<p>Zwischen Punkten und Richtungen einerseits und Ortsvektoren, Richtungsvektoren, freien Vektoren andererseits unterscheiden und diese in der Physik korrekt einsetzen.</p> <p>Vektoren skalieren, addieren, subtrahieren und normieren.</p> <p>Vektoren in vorgegebene Richtungen zerlegen.</p>
5.2 Koordinatenbezogene Vektorgeometrie	<p>Vektoren mit Hilfe einer Basis Koordinaten zuordnen.</p> <p>Problemstellungen der koordinatenfreien Vektorgeometrie mit Hilfe einer geeigneten Basis in Problemstellungen der koordinatenbezogenen Vektorgeometrie umschreiben.</p>

Anhang Geometrie	Die Lernenden
<p>Planimetrie</p>	<p>Können Winkel in Konfigurationen von Geraden und Kreisen und in Drei- und Vierecken bestimmen.</p> <p>Kennen die verschiedenen Dreieckstypen und ihre Eigenschaften.</p> <p>Kennen die Transversalen im Dreieck und ihre Eigenschaften.</p> <p>Können die Satzgruppe des Pythagoras anwenden.</p> <p>Kennen die verschiedenen Viereckstypen und ihre Eigenschaften.</p> <p>Kennen die Transversalen im Viereck und ihre Eigenschaften.</p> <p>Können Längen- und Flächen in Drei- und Viereck bestimmen.</p> <p>Kennen alle Begriffe der Kreisgeometrie.</p> <p>Können elementare Aufgaben der Kreisgeometrie etwa zu Kreisring, Kreisbogen, Kreissektor, Kreissegment oder Kreissehne lösen.</p> <p>Können wie im Satz von Thales oder bei den Begriffen In- und Umkreis ihre Kenntnisse der Ebenen Geometrie integrieren.</p> <p>Können die Ähnlichkeit von Körpern erkennen und bei Berechnungen einsetzen.</p> <p>Kennen die Grundbegriffe der Bewegungsgeometrie, wie Verschiebung und Drehung.</p> <p>Können Grundkenntnissen aus anderen Gebieten (Gleichungen, Funktionen, Trigonometrie) zur Lösung geometrischer Problemstellungen in der Ebene anwenden.</p>
<p>Stereometrie</p>	<p>Kennen die elementaren Begriffe der Raumgeometrie, wie Schnitt-, Neigungs-, oder Öffnungswinkel, Grund-, Schnitt- oder Seitenfläche, Lot und Projektion, Körperdiagonale, Mantellinie, Mantel und Oberfläche, regulärer Körper, Netz oder Abwicklung.</p> <p>Können Formeln für Oberfläche und Volumen etwa von Prisma, Pyramide, Pyramidenstumpf, Kreiszyylinder, Kreiskegel, Kegelstumpf, Kugel, Kugelsektor und Kugelsegment motivieren und anwenden.</p> <p>Können räumliche Problemstellungen mit Skizzen visualisieren.</p> <p>Können Grundkenntnissen aus anderen Gebieten (Gleichungen, Funktionen, Planimetrie, Trigonometrie, Ähnlichkeit) zur Lösung räumlicher Problemstellungen anwenden.</p>